BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

BÁO CÁO TÓM TẮT
ĐỀ TÀI KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ CẤP BỘ

MỘT SỐ VẤN ĐỀ CHỌN LỌC VỀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN VÀ ĐIỀU KHIỂN CÓ TRỄ

Mã số: B2017-TNA-54

Chủ nhiệm đề tài: TS. Mai Viết Thuận

Thái Nguyên – 2018

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

BÁO CÁO TÓM TẮT
ĐỀ TÀI KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ CẤP BỘ

MỘT SỐ VẤN ĐỀ CHỌN LỌC VỀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN VÀ ĐIỀU KHIỂN CÓ TRỄ

Mã số: B2017-TNA-54

Xác nhận của tổ chức chủ trì	Chủ nhiệm đề tài
(ký, họ tên, đóng dấu)	*(ký, họ tên)*
	Mai Viết Thuận

Thái Nguyên – 2018

Danh sách các thành viên tham gia nghiên cứu đề tài và đơn vị phối hợp chính

1. Danh sách các thanh viên tham gia nghiên cứu đề tài

TT	Họ và tên	Đơn vị công tác và lĩnh vực chuyên môn	Nội dung nghiên cứu cụ thể được giao
1	TS. Mai Viết Thuận	Khoa Toán-Tin, Trường ĐHKH, ĐHTN; Toán Giải tích	Chủ nhiệm đề tài; Nghiên cứu biên của tập đạt được cho lớp hệ tuyến tính chuyển mạch có trễ biến thiên
2	ThS. Nguyễn Thị Thanh Huyền	Khoa Toán-Tin, Trường ĐHKH, ĐHTN; Toán Giải tích	Thành viên nghiên cứu chính; Thư ký khoa học; Nghiên cứu biên của tập đạt được cho lớp hệ nơ ron thần kinh tổng quát có trễ biến thiên
3	ThS. Trần Nguyên Bình	Trường Đại học kinh tế và quản trị kinh doanh; Toán Ứng dụng	Thành viên nghiên cứu chính của đề tài; Nghiên cứu tính thụ động của lớp hệ phi tuyến chuyển mạch có trễ biến thiên
4	TS. Trần Xuân Quý	Khoa Toán-Tin, Trường ĐHKH, ĐHTN; Toán Ứng dụng	Thành viên nghiên cứu chính của đề tài; Nghiên cứu biên của tập đạt được cho lớp hệ chuyển mạch nơ ron thần kinh có trễ hỗn hợp.
5	TS. Nguyễn Thị Ngọc Oanh	Trường ĐHKH, ĐHTN; Toán Ứng dụng	Thành viên nghiên cứu của đề tài; Lập trình giải các ví dụ số bằng phần mềm MATLAB.

2. Đơn vị phối hợp chính

Tên đơn vị trong và ngoài nước	Nội dung phối hợp nghiên cứu	Họ và tên người đại diện đơn vị
Viện Toán học, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam	Tư vấn, định hướng nghiên cứu	GS. TSKH. Vũ Ngọc Phát
Trường Đại học tổng hợp Deakin, Australia	Viết chung công trình nghiên cứu	GS. Hiếu Trịnh

Mục lục

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN

THÔNG TIN KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU

1. Thông tin chung

Tên đề tài: Một số vấn đề chọn lọc về hệ phương trình vi phân và điều khiển có trễ

Mã số: B2017-TNA-54

Chủ nhiệm đề tài: TS. Mai Viết Thuận

Email: thuanmv@tnus.edu.vn

Điện thoại: 0396661128

Cơ quan chủ trì: Đại học Thái Nguyên

Thời gian thực hiện: 2017-2018

2. Mục tiêu

- Đưa một số tiêu chuẩn cho bài toán nghiên cứu bao của tập đạt được cho một số lớp hệ phương trình vi phân có trễ như lớp hệ chuyển mạch có trễ biến thiên, lớp hệ nơ ron thần kinh tổng quát có trễ, lớp hệ nơ ron thần kinh chuyển mạch có trễ hỗn hợp.
- Đưa ra một số tiêu chuẩn cho tính ổn định hữu hạn, tính thụ động cho một số lớp hệ phương trình vi phân có trễ như lớp hệ nơ ron thần kinh có trễ tổng quát, lớp hệ chuyển mạch có trễ, lớp hệ dương có trễ.

3. Tính mới và tính sáng tạo

Các kết quả nghiên cứu của đề tài được công bố trên các tạp chí quốc tế uy tin (nằm trong danh sách ISI của Clarivate Analytics). Điều này đảm bảo tính mới và tính sáng tạo của đề tài.

4. Kết quả nghiên cứu

- Đề tài đã nghiên cứu bao của tập đạt được cho một số lớp hệ phương trình vi phân có trễ;
- Đề tài đã nghiên cứu bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn của lớp hệ tuyến tính dương đa trễ;
- Đề tài đã nghiên cứu tính ổn định mũ và tính thụ động cho lớp hệ phi tuyến chuyển mạch có trễ biến thiên;
- Đề tài nghiên cứu tính ổn định hóa của một lớp hệ phi tuyến phân thứ Caputo.

5. Sản phẩm

5.1. Sản phẩm khoa học

1. Huong D.C., Thuan M.V. (2017) "State transformations of time-varying delay systems and their applications to state observer design", *Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series S*, 10(3), pp. 413–444 (SCIE, Q2)

2. Thuan M.V., Thu N.T.H. (2017), "New results on reachable sets bounding for switched neural networks systems with discrete, distributed delays and dounded dis-

turbances", *Neural Processing Letters*, 46(1), pp. 355–378 (SCIE, Q2)
3. Thuan M.V., Trinh H., Huong D.C. (2018), "Reachable sets bounding for switched systems with time-varying delay and bounded disturbances", *International Journal of Systems Science*, 48(3), pp. 494–504 (SCIE, Q1)
4. Thuan M.V., Tran H.M, Trinh H. (2018), "Reachable sets bounding for generalized neural networks with interval time-varying delay and bounded disturbances", *Neural Computing and Applications*, 29(10), pp. 783–794 (SCIE, Q1)
5. Thuan M.V. (2018), "Robust finite-time guaranteed cost control for positive systems with multiple time delays", *Journal of Systems Science and Complexity*, 31, pp. 1–14 (SCIE, Q2)
6. Thuan M.V., Huong D.C. (2018), "New results on stabilization of fractional-order nonlinear systems via an LMI approach", *Asian Journal of Control*, 20(4), pp. 1541–1550 (SCIE, Q2)
7. Thuan M.V., Huong D.C. (2018), "New results on exponential stability and passivity analysis of delayed switched systems with nonlinear perturbations", *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 37(2), pp. 569–592 (SCIE, Q2). **5.2. Sản phẩm đào tạo**

- Hướng dẫn 05 luận văn cao học:

1. Nguyễn Thị Cúc (2017), *Về tính ổn định hữu hạn cho lớp hệ động lực dương*, trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên.
2. Nguyễn Thị Thúy (2017), *Về tính ổn định hóa cho lớp hệ tuyến tính dương với điều khiển có hạn chế*, trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên.
3. Nguyễn Quang Huân (2017), *Về tính ổn định hữu hạn thời gian đầu vào - đầu ra cho lớp hệ phương trình vi phân phân thứ*, trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên.
4. Nguyễn Văn Cường (2018), *Về tính ổn định của một số lớp hệ nơ ron thần kinh phân thứ*, trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên.
5. Nguyễn Đình Sự (2018), *Tính ổn định hóa của một số lớp hệ dương phân thứ*, trường Đại học Khoa học, Đại học Thái Nguyên.

6. Phương thức chuyển giao, địa chỉ ứng dụng, tác động và lợi ích mang lại

- Về khoa học: Công bố được một số kết quả mới, có ý nghĩa khoa học trên các tạp chí quốc tế có uy tín ISI (thuộc chủ đề nghiên cứu của đề tài).
- Về giáo dục và đào tạo: Hướng dẫn thạc sĩ, phục vụ hiệu quả cho công tác giảng dạy sau đại học các chuyên ngành về Toán tại trường Đại học Khoa học–Đại học Thái Nguyên.
- Góp phần nâng cao năng lực nghiên cứu các thành viên trong nhóm thực hiện đề tài, mở rộng hợp tác nghiên cứu.

<table><tr><td>

Tổ chức chủ trì

(ký, họ tên, đóng dấu)

</td><td>

Chủ nhiệm đề tài

(ký, họ tên)

Mai Viết Thuận

</td></tr></table>

INFORMATION ON RESEARCH RESULTS

1. General Information

Project title: Selected problems on differential equations and control system with delays

Code number: B2017-TNA-54

Coordinator: Dr. Mai Viet Thuan
Email: thuanmv@tnus.edu.vn
Phone: 0396661128
Implementing institution: Thai Nguyen University

Duration: From 1/2017 to 12/2018

2. Objectives

- Study the problem of reachable sets bounding for some classes of differential equation systems with time delays such as switched systems with time-varying delay, generalized neural networks with time-varying delays and switched neural networks systems with mixed time delays;
- Study the problems of finite-time stability, passivity analysis for some classes of differential equation systems with time delays such as generalized neural networks with time-varying delays, switched systems with time-varying delay and positive systems with time delays.

3. Novelty and creativity

The results of the study are published in qualified international scientific journals.

4. Research results

- The project studied the problem of reachable sets bounding for some classes of differential equation systems with time delays;
- The project studied the problem of finite-time guaranteed cost control for positive systems with multiple time delays;
- The project studied exponential stability and passivity analysis of delayed switched systems with nonlinear perturbations;
- The project studied the problem of stabilization of fractional-order nonlinear systems.

5. Products

5.1. Scientific publications

1. Huong D.C., Thuan M.V. (2017) “State transformations of time-varying delay systems and their applications to state observer design”, *Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series S*, 10(3), pp. 413–444 (SCIE, Q2)
2. Thuan M.V., Thu N.T.H. (2017), “New results on reachable sets bounding for switched neural networks systems with discrete, distributed delays and dounded disturbances”, *Neural Processing Letters*, 46(1), pp. 355–378 (SCIE, Q2)

3. Thuan M.V., Trinh H., Huong D.C. (2018), "Reachable sets bounding for switched systems with time-varying delay and bounded disturbances", *International Journal of Systems Science*, 48(3), pp. 494–504 (SCIE, Q1)
4. Thuan M.V., Tran H.M, Trinh H. (2018), "Reachable sets bounding for generalized neural networks with interval time-varying delay and bounded disturbances", *Neural Computing and Applications*, 29(10), pp. 783–794 (SCIE, Q1)
5. Thuan M.V. (2018), "Robust finite-time guaranteed cost control for positive systems with multiple time delays", *Journal of Systems Science and Complexity*, 31, pp. 1–14 (SCIE, Q2)
6. Thuan M.V., Huong D.C. (2018), "New results on stabilization of fractional-order nonlinear systems via an LMI approach", *Asian Journal of Control*, 20(4), pp. 1541–1550 (SCIE, Q2)
7. Thuan M.V., Huong D.C. (2018), "New results on exponential stability and passivity analysis of delayed switched systems with nonlinear perturbations", *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 37(2), pp. 569–592 (SCIE, Q2). **5.2. Training results:** 05 master of theses
1. Nguyen Thi Cuc (2017), *On finite-time stability analysis of positive dynamical symtems*, Thai Nguyen University of Sciences.
2. Nguyen Thi Thuy (2017), *On stabilization of linear positive systems with bounded controls*, Thai Nguyen University of Sciences.
3. Nguyen Quang Huan (2017), *On input-output finite time stability of fractional order systems*, Thai Nguyen University of Sciences.
4. Nguyen Van Cuong (2018), *On stability analysis of fractional-oder neural networks systems*, Thai Nguyen University of Sciences.
5. Nguyen Dinh Su (2018), *Stabilization of fractional order positive systems*, Thai Nguyen University of Sciences.

6. Applications and effectiveness

- On the scientific aspect: Publishing some scientific results in ISI journals of mathematics (in the research topic of the project).
- On educational aspect: Instructing 04 master theses, teaching undergraduate students and graduate students in mathematics at Thai Nguyen University of Sciences.
- Strengthening the research capacity for the investigators of the projects, deepening the cooperation in scientific research with domestic and international research institution.

Mở đầu

Trong những năm gần đây, hệ phương trình vi phân và điều khiển có trễ đã nhận được nhiều sự quan tâm nghiên cứu của nhiều nhà khoa học trên thế giới (xem [11, 19, 24] và các tài liệu tham khảo trong đó). Trong đó, tính ổn định theo nghĩa Lyapunov [11, 19, 24], tính ổn định hữu hạn [1, 49], tính thụ động (passivity analysis) [12], là những tính chất định tính quan trọng của hệ phương trình vi phân và điều khiển có trễ. Do đó những tính chất này nhận được nhiều sự quan tâm nghiên cứu của nhiều nhà khoa học. Ngoài ra, bài toán nghiên cứu bao của tập đạt được cho hệ phương trình vi phân có trễ cũng nhận được sự quan tâm nghiên cứu của đông đảo các nhà khoa học trong những năm gần đây (xem [10, 13, 28, 47, 48, 58, 60, 80] và các tài liệu tham khảo trong đó).

Bài toán nghiên cứu bao của tập đạt được cho hệ phương trình vi phân có trễ được nghiên cứu đầu tiên vào năm 2003 bởi Fridman E. [13] cho lớp hệ tuyến tính có trễ. Sau đó, bài toán này được nhiều nhà khoa học nghiên cứu và mở rộng cho nhiều lớp hệ động lực có trễ khác nhau, chẳng hạn như hệ tuyến tính có trễ [47], lớp hệ có trễ dạng tích phân [80], lớp hệ trung tính có trễ [58], lớp hệ phi tuyến có trễ [48], lớp hệ sai phân có trễ [28, 60], lớp hệ phương trình vi phân đại số có trễ [10], mạng nơ ron có trễ [81]. Tuy nhiên, theo như sự hiểu biết của chúng tôi, bài toán nghiên cứu bao của tập đạt được cho lớp hệ chuyển mạch có trễ biến thiên, bài toán nghiên cứu bao của tập đạt được cho mạng nơ ron tổng quát có trễ biến thiên dạng khoảng vẫn chưa được nghiên cứu một cách đầy đủ. Bằng cách tiếp cận sử dụng phương pháp hàm Lyapunov–Krasovskii, trong đó có sử dụng một số bất đẳng thức tích phân mới được đề xuất trong [53], trong Chương 1 của đề tài, chúng tôi nghiên cứu bài toán tìm bao của tập đạt được cho một số lớp hệ phương trình vi phân có trễ. Đó là lớp hệ phương trình vi phân tuyến tính chuyển mạch có trễ biến thiên, mạng nơ ron tổng quát có trễ biến thiên và mạng nơ ron chuyển mạch có trễ hỗn hợp biến thiên. Các kết quả trình bày trong Chương 1 được viết dựa trên ba bài báo khoa học của chủ nhiệm đề tài và đồng nghiệp (xem [64, 65, 66]).

Khái niệm ổn định hữu hạn thời gian (FTS) được nghiên cứu đầu tiên trong [8, 70] đóng một vai trò quan trọng trong lý thuyết ổn định các hệ động lực. Mặt khác, trong các bài toán kỹ thuật, ngoài việc tìm cách thiết kế một bộ điều khiển làm cho hệ thống không những ổn định hữu hạn thời gian mà còn đảm bảo một mức độ đầy đủ về hiệu suất (guarantees an adequate level of performance). Bài toán này được gọi là bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn của hệ động lực. Nội dung cơ bản của bài toán này là ngoài việc thiết kế một bộ điều khiển để đảm bảo cho hệ thống điều khiển là ổn định hữu hạn thời gian, ta còn phải dựa trên điều khiển đó tìm một cận trên của hàm mục tiêu (hàm chi phí) tương ứng. Bằng cách tiếp cận sửu dụng phương pháp hàm Lyapunov–Krasovskii kết hợp với bất đẳng thức ma trận tuyến tính, các tác giả trong [50] nghiên cứu bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn của lớp hệ tuyến tính có trễ biến thiên với điều khiển bị chặn. Một vài tiêu chuẩn cho bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn của mạng nơ ron có trễ biến thiên được nghiên cứu trong [49]. Bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn của lớp hệ ngẫu nhiên Itô được nghiên cứu trong [73, 74]. Theo như hiểu biết của chúng tôi có rất ít công trình nghiên cứu bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn cho lớp hệ dương có trễ. Trong [3], các tác giả giải bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn cho lớp hệ tuyến tính dương chuyển mạch có trễ biến thiên bằng cách sử dụng phương pháp tiếp cận thời gian trung bình phụ thuộc tham số. Chú ý rằng, kết quả trong [3] thu được bằng cách sử dụng định nghĩa ổn định hữu hạn tương ứng với hệ dương chuyển mạch. Khái niệm này khác với khái niệm ổn định hữu hạn thời gian (FTS) được đưa ra trong [8, 70]. Vì vậy, việc nghiên cứu bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn cho lớp hệ dương đa trễ sử dụng định nghĩa phổ biến đưa ra trong [8, 70] là một vấn đề mở, cần được quan tâm nghiên cứu. Trong Chương 2 của đề tài, chúng tôi tập trung giải bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn cho lớp hệ dương đa trễ bằng cách tiếp cận sửu dụng bất đẳng thức ma trận tuyến tính với cách chọn hàm Lyapunov–Krasovskii phù hợp.

Bài toán nghiên cứu tính thụ động và tính thụ động hóa cho hệ phương trình vi phân và điều khiển tuyến tính có trễ được nghiên cứu đầu tiên bởi các nghiên cứu của Fridman E. và Shaked U. [12], Niculescu S.I. và Lozano R. [51]. Sau đó, bài toán nghiên cứu tính thụ động và thụ động hóa được các nhà khoa học nghiên cứu cho nhiều lớp hệ phương trình vi phân có trễ khác nhau như mạng nơ ron có trễ (xem [27, 30, 32] và các tài liệu tham khảo trong đó), hệ phương trình vi phân mờ có trễ [31], hệ phương trình vi phân đại số có trễ [34]. Đối với lớp hệ chuyển mạch, đã có một số kết quả thú vi được công bố cho bài toán nghiên cứu tính thụ động và thụ động hóa cho lớp hệ phương trình vi phân chuyển mạch không có trễ (xem [15, 79]). Tuy nhiên, theo như hiểu biết của chúng tôi, bài toán nghiên cứu tính thụ động cho lớp hệ phi tuyến chuyển mạch có trễ biến thiên vẫn chưa có một kết quả nào được công bố. Bằng cách sử dụng một vài bất đẳng thức tích phân mới được đề xuất trong [53], kết hợp kỹ thuật tổ hợp lồi trong [52] khi ước lượng đạo hàm của hàm Lyapunov-Krasovskii và sử dụng cách tiếp cận thời gian dừng trung bình (the average dwell time), trong Chương 3 của đề tài chúng tôi nghiên cứu bài toán nghiên cứu tính thụ động và tính ổn định mũ cho lớp hệ phương trình vi phân phi tuyến chuyển mạch có trễ biến thiên.

Trong những năm gần đây, giải tích phân thứ và hệ phương trình vi phân phân thứ đã nhận được nhiều sự quan tâm nghiên cứu của các nhà khoa học do những ứng dụng của chúng trên nhiều lĩnh vực của khoa học kỹ thuật. Trong những năm gần đây, bài toán nghiên cứu tính ổn định hóa của hệ phương trình vi phân phân thứ Caputo phi tuyến nhận được nhiều sự quan tâm nghiên cứu và đã có nhiều kết quả thú vị về bài toán này được công bố trên các tạp chí quốc tế uy tín (xem [4, 5, 29, 69, 75]). Tuy nhiên, các kết quả trong [4, 5, 29, 69, 75] chỉ nghiên cứu tính ổn định hóa được địa phương của điểm cân bằng gốc 0 của hệ bởi vì thành phần phi tuyến trong các kết quả trên thỏa mãn điều kiện $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\|f(x(t))\|}{\|x(t)\|}=0$. Vì vậy, việc tìm ra các tiêu chuẩn mới cho tính ổn định hóa được toàn cục của hệ phương trình vi phân phân thứ Caputo phi tuyến là cần thiết và có ý nghĩa khoa học. Trong Chương 4 của đề tài, chúng tôi nghiên cứu tính ổn định hóa của lớp hệ phương trình vi phân phân thứ Caputo có nhiễu phi tuyến bằng cách tiếp cận sử dụng bất đẳng thức ma trận tuyến tính và phương pháp hàm Lyapunov cho hệ phân thứ.

Nội dung chính của đề tài được chia làm bốn chương:

Chương 1. Bài toán tìm bao của tập đạt được cho một số lớp hệ phương trình vi phân có trễ

Chương 2. Bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn của lớp hệ tuyến tính dương đa trễ

Chương 3. Tính ổn định mũ và tính thụ động của lớp hệ phi tuyến chuyển mạch có trễ biến thiên

Chương 4. Tính ổn định hóa của lớp hệ phương trình vi phân phân thứ Caputo có nhiễu phi tuyến

Chương 1

Bài toán tìm bao của tập đạt được cho một số lớp hệ phương trình vi phân có trễ

1.1. Một số bổ đề bổ trợ

1.2. Bài toán tìm bao của tập đạt được của lớp hệ tuyến tính chuyển mạch có trễ

Xét hệ tuyến tính chuyển mạch có trễ biến thiên và nhiễu bị chặn

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_\sigma x(t) + D_\sigma x(t-\tau(t)) + B_\sigma \omega(t), \\ x(s) \equiv \varphi(s), \quad s \in [-\tau_2, 0], \end{cases} \tag{1.1}$$

ở đó $x(t) \in \mathbb{R}^n$ là véc tơ trạng thái, $\sigma(.)$ là quy tắc chuyển mạch giữa các hệ con trong hệ (1.1), ở đây $\sigma(.)$ là một hàm phụ thuộc vào $x(t)$, $\sigma(.)$ lấy giá trị trong tập hữu hạn $\mathcal{N} := \{1, 2, \ldots, N\}$; $A_i \in \mathbb{R}^{n\times n}, D_i \in \mathbb{R}^{n\times n}, B_i \in \mathbb{R}^{n\times m}, i = 1, \ldots, N$, là các ma trận thực, hằng số cho trước có số chiều thích hợp sao cho các phép toán đại số về ma trận thực hiện được. Hàm trễ $\tau(t)$ là hàm liên tục thỏa mãn

$$0 \le \tau_1 \le \tau(t) \le \tau_2. \tag{1.2}$$

Hàm $\varphi(s) \in C^1([-\tau_2, 0], \mathbb{R}^n)$ là điều kiện ban đầu thỏa mãn

$$\max_{s\in[-\tau_2,0]} \dot{\varphi}^T(s)\dot{\varphi}(s) \le \mu^2. \tag{1.3}$$

Véc tơ nhiễu $\omega(t) \in \mathbb{R}^m$, không biết nhưng giả thiết thỏa mãn điều kiện dưới đây

$$\omega^T(t)\omega(t) \le \omega^2, \quad \forall t \ge 0, \tag{1.4}$$

ở đó $\tau_1, \tau_2, \mu, \omega$ là các số không âm.

Trước khi trình bày các kết quả chính của mục này, chúng tôi nhắc lại một số định nghĩa và bổ đề được dùng để chứng minh các kết quả chính của chúng tôi.

Định nghĩa 1.1. (xem [67])
(i) Cho trước $\Omega_0 \subset \mathbb{R}^n$ là một tập lồi đóng, bị chặn chứa điểm gốc 0. Một tập $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ được gọi là tập đạt được tiến (forwards reachable set) tương ứng với tập ban đầu cho trước Ω_0 của hệ (1.1) với các điều kiện (1.2), (1.3) và (1.4) dưới quy tắc chuyển mạch $\sigma(.)$ nếu với mọi điều kiện ban đầu $\varphi(s) \in \Omega_0, \forall s \in [-\tau_2, 0]$, nghiệm của hệ thỏa mãn $x(t, \varphi(t), \omega(t)) \in \Omega, \forall t \geq 0$.
(ii) Cho trước $\Lambda_0 \subset \mathbb{R}^n$ là một tập lồi đóng, bị chặn chứa điểm gốc 0. Tập $\Lambda \subset \mathbb{R}^n$ được gọi là tập đạt được lùi (backwards reachable set) tương ứng với tập mục tiêu Λ_0 của hệ (1.1) với các điều kiện (1.2), (1.3) và (1.4) dưới quy tắc chuyển mạch $\sigma(.)$ nếu với mọi hàm điều kiện ban đầu $\varphi(s) \in \Lambda, \forall s \in [-\tau_2, 0]$, nghiệm của hệ thỏa mãn $x(t, \varphi(t), \omega(t)) \in \Lambda_0, \forall t \geq 0$.

Định lý 1.1. *Giả sử rằng tồn tại bảy hằng số dương $\alpha, \beta_0, \beta_1, q_1, q_2, r_1, r_2$, năm ma trận $P, Q_1, Q_2, R_1, R_2 \in \mathbb{S}_n^+$, các ma trận $U_i, W_i \in \mathbb{R}^{n\times n} (i = 1, \dots, N)$, một ma trận $X \in \mathbb{R}^{3n\times 3n}$ sao cho các điều kiện sau đây được thỏa mãn:*
(i) Hệ thống ma trận $\{L_i(U_i)\}, (i = 1, 2, \dots, N)$ là đầy đủ chặt, tức là tồn tại các số $\epsilon_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, N, \sum\limits_{i=1}^{N} \epsilon_i > 0$ sao cho

$$\sum_{i=1}^{N} \epsilon_i L_i(U_i) < 0, \tag{1.5}$$

(ii) For $i = 1, 2, \dots, N$,

$$P \leq \beta_1 I_n, \;\; Q_1 \leq q_1 I_n, \;\; Q_2 \leq q_2 I_n, R_1 \leq r_1 I_n, \;\; R_2 \leq r_2 I_n, \tag{1.6a}$$

$$P \geq \frac{1}{\beta_0^2} I_n, \tag{1.6b}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \overline{R}_2 & X \\ X^T & \overline{R}_2 \end{bmatrix} \geq 0, \tag{1.6c}$$

$$\Omega_i = \Xi_i - G_1^T F^T \overline{R}_1 F G_1 - \Gamma^T \Phi \Gamma < 0, \tag{1.6d}$$

$$\kappa_1 \mu_0 + \kappa_2 \mu^2 \leq 1, \tag{1.6e}$$

ở đó $\mu_0 = \frac{1}{\lambda_{\min}(E)}$, và

$$\begin{aligned}
\Xi_i = {} & e_1^T (P A_i + A_i^T P + \alpha P + Q_1) e_1 + e_2^T \left(-e^{-\alpha\tau_1} Q_1 + e^{-\alpha\tau_1} Q_2\right) e_2 \\
& - e^{-\alpha\tau_2} e_4^T Q_2 e_4 + e_{11}^T \left(\tau_1^2 R_1 + \tau_{12}^2 R_2 - W_i - W_i^T\right) e_{11} + e_1^T P D_i e_3 \\
& + e_3^T D_i^T P e_1 + e_1^T P B_i e_{12} + e_{12}^T B_i^T P e_1 - e_1^T U_i e_{11} - e_{11}^T U_i^T e_1 + e_1^T U_i D_i e_3 \\
& + e_3^T D_i^T U_i^T e_1 + e_1^T U_i B_i e_{12} + e_{12}^T B_i^T U_i^T e_1 + e_{11}^T W_i A_i e_1 + e_1^T A_i^T W_i^T e_{11} \\
& + e_{11}^T W_i D_i e_3 + e_3^T D_i^T W_i^T e_{11} + e_{11}^T W_i B_i e_{12} + e_{12}^T B_i^T W_i^T e_{11} - \frac{\alpha}{\omega^2} e_{12}^T e_{12},
\end{aligned}$$

$$\kappa_1 = \beta_1 + \frac{q_1(1 - e^{-\alpha\tau_1}) + q_2\left(e^{-\alpha\tau_1} - e^{-\alpha\tau_2}\right)}{\alpha},$$
$$\kappa_2 = r_1\tau_1\left(\frac{\tau_1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\left(e^{-\alpha\tau_1} - 1\right)\right) + r_2\tau_{12}\left(\frac{\tau_{12}}{\alpha} + \frac{1}{\alpha^2}\left(e^{-\alpha\tau_2} - e^{-\alpha\tau_1}\right)\right).$$

Khi đó tập đạt được tiến của hệ (1.1) *được bao bởi hình cầu* $\mathcal{B}(0,\beta_0) := \{x \in \mathbb{R}^n : \|x\| \leq \beta_0\}$ *dưới quy luật chuyển mạch được chọn như sau* $\sigma(x(t)) = i \in \mathcal{N}$ *khi mà* $x(t) \in \overline{S}_i$.

1.3. Bài toán tìm bao của tập đạt được của mạng nơ ron tổng quát có trễ

1.4. Bài toán tìm bao của tập đạt được của mạng nơ ron chuyển mạch có trễ hỗn hợp

Chương 2

Bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn của lớp hệ tuyến tính dương đa trễ

2.1. Phát biểu bài toán và một số kiến thức chuẩn bị

Xét hệ điều khiển đa trễ hỗn hợp

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + \sum\limits_{i=1}^{N} D_i x(t-\tau_i) + W\omega(t) + Bu(t),\ t \in [0, T_f], \\ x(s) = \phi(s), \quad s \in [-\tau, 0],\ \tau = \max\limits_{1\le i\le N}\{\tau_i\}, \end{cases} \tag{2.1}$$

ở đó $x(t) \in \mathbb{R}^n$ là véc tơ trạng thái, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ là véc tơ điều khiển, $\omega(t) \in \mathbb{R}^p$ là véc tơ nhiễu; $A \in \mathbb{R}^{n\times n}, D_i \in \mathbb{R}^{n\times n}, W \in \mathbb{R}^{n\times p}, B \in \mathbb{R}^{n\times m}$ là các ma trận thực cho trước; $\tau_i > 0 (i = 1, \ldots, N)$ là độ trễ thời gian. Hàm $\phi(s) \in C([-\tau, 0], \mathbb{R}^n)$ là hàm điều kiện ban đầu với chuẩn xác định bởi $\|\phi\| = \sup_{t\in[-\tau,0]} \|\phi(t)\|$. Véc tơ nhiễu $\omega(t)$ là hàm liên tục và thỏa mãn điều kiện sau

$$\exists d > 0 : \int_0^{T_f} \omega^T(t)\omega(t)dt \le d. \tag{2.2}$$

Khi không có tác động của véc tơ điều khiển, hệ (2.1) trở thành

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + \sum\limits_{i=1}^{N} D_i x(t-\tau_i) + W\omega(t), \quad t \in [0, T_f], \\ x(s) = \phi(s), \quad s \in [-\tau, 0],\ \tau = \max\limits_{1\le i\le N}\{\tau_i\}. \end{cases} \tag{2.3}$$

Tương ứng với hệ (2.1), ta xét hàm chi phí toàn phương

$$J = \int_0^{T_f} \left(x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t) \right) dt, \tag{2.4}$$

ở đó $Q \in \mathbb{R}^{n\times n}, R \in \mathbb{R}^{m\times m}$ là các ma trận thực, đối xứng, xác định dương cho trước.

Định nghĩa 2.1. Hệ (2.3) được gọi là một hệ dương nếu với bất kỳ điều kiện ban đầu $\phi(t) \in \mathbb{R}^n_+$ và $\omega(t) \in \mathbb{R}^p_+$, ta có véc tơ trạng thái $x(t) \in \mathbb{R}^n_+$ với mọi $t \ge 0$.

Định nghĩa 2.2. ([56]) Cho trước các số $T_f > 0$, $c_2 > c_1 > 0$. Hệ (2.3) được gọi là ổn định hữu hạn thời gian tương ứng với bộ (c_1, c_2, T) nếu các điều kiện sau được thỏa mãn với mọi véc tơ nhiễu $\omega(t)$ thỏa mãn điều kiện (2.2):

$$\sup_{-\tau \le s \le 0} \phi^T(s)\phi(s) \le c_1 \Rightarrow x^T(t)x(t) < c_2, \quad \forall t \in [0, T_f].$$

Định nghĩa 2.3. Cho các số $T_f > 0$, $c_2 > c_1 > 0$. Nếu tồn tại một luật điều khiển ngược $u^*(t) = Kx(t)$ và một số dương J^* sao cho hệ đóng sau

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + BK)\,x(t) + \sum\limits_{i=1}^{N} D_i x(t - \tau_i) + W\omega(t),\ t \in [0, T_f], \\ x(s) = \phi(s), \quad s \in [-\tau, 0],\ \tau = \max\limits_{1 \le i \le N}\{\tau_i\}, \end{cases} \tag{2.5}$$

là hệ dương và ổn định hữu hạn thời gian tương ứng với bộ (c_1, c_2, T_f) và giá trị của hàm chi phí toàn phương (2.4) thỏa mãn $J \le J^*$ thì giá trị J^* được gọi là giá trị đảm bảo chi phí điều khiển và điều khiển $u^*(t)$ là luật điều khiển ngược đảm bảo chi phí điều khiển cho hệ (2.1) trong thời gian hữu hạn.

2.2. Bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn của lớp hệ tuyến tính dương đa trễ

Định lý 2.1. *Cho trước các số dương T_f, c_1, c_2. Giả sử rằng $W \succeq 0, D_i \succeq 0, (i = 1, \ldots, N)$ và tồn tại một ma trận đường chéo chính xác định dương $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, một ma trận $Y \in \mathbb{R}^{m \times n}$ và một số dương α sao cho các điều kiện sau đây được thỏa mãn:*

$$\begin{bmatrix} \Xi & PD_1^T & PD_2^T & \ldots & PD_N^T & PQ & Y^TR \\ * & -P & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -P & \ldots & 0 & 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ * & * & * & \ldots & -P & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \ldots & -Q & 0 \\ * & * & * & * & * & \ldots & -R \end{bmatrix} < 0, \tag{2.6a}$$

$$\frac{d + \lambda_2 c_1}{\lambda_1} < c_2 e^{-\alpha T_f}, \tag{2.6b}$$

$$[A + BYP^{-1}]_{ij} \ge 0, \quad \forall i \ne j, i = 1, \ldots, n, j = 1, \ldots, n, \tag{2.6c}$$

where

$$\Xi = AP + PA^T + BY + Y^TB^T + NP + WW^T,$$
$$\lambda_1 = \lambda_{\min}(P^{-1}),$$

$$\lambda_2 = \lambda_{\max}(P^{-1}) + \sum_{i=1}^{N} \tau_i \lambda_{\max}(D_i^T P^{-1} D_i).$$

Khi đó

$$u(t) = YP^{-1}x(t), \quad t \in [0, T_f]$$

là luật điều khiển ngược đảm bảo chi phí điều khiển cho hệ (2.1) *trong thời gian hữu hạn và giá trị đảm bảo chi phí điều khiển được cho bởi*

$$J^* = d + \lambda_2 \|\phi\|^2.$$

Chương 3

Tính ổn định mũ và tính thụ động của lớp hệ phi tuyến chuyển mạch có trễ biến thiên

3.1. Phát biểu bài toán

Xét hệ phương trình vi phân phi tuyến chuyển mạch có trễ biến thiên

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{\sigma(t)}x(t) + D_{\sigma(t)}x(t-\tau(t)) + E_{\sigma(t)}\omega(t) + f_{\sigma(t)}(t, x(t), x(t-\tau(t)), \omega(t)), \\ x_{t_0}(s) = x(t_0+s) = \phi(s), \quad s \in [-\tau_2, 0], \\ z(t) = M_{\sigma(t)}x(t) + U_{\sigma(t)}x(t-\tau(t)) + W_{\sigma(t)}\omega(t), \end{cases} \tag{3.1}$$

ở đó $x(t) \in \mathbb{R}^n$ là véc tơ trạng thái, $\omega(t) \in \mathbb{R}^m$ là véc tơ nhiễu, $z(t) \in \mathbb{R}^m$ là véc tơ quan sát của hệ; $\sigma(t) : [0, \infty) \to \mathcal{N} := \{1, 2, \ldots, N\}$ là luật chuyển mạch; $A_i, D_i, E_i, M_i, U_i, W_i, i = 1, \ldots, N$, là các ma trận hằng số cho trước; $\phi(s)$ là điều kiện ban đầu. Nhiễu phi tuyến $f_i(.), i = 1, \ldots, N$, thỏa mãn $f_i(t, 0, 0, 0) = 0$, và

$$\begin{aligned} &f_i^T(t, x(t), x(t-\tau(t)), \omega(t)) f_i(t, x(t), x(t-\tau(t)), \omega(t)) \\ &\leq x^T(t) L_i^T L_i x(t) + x^T(t-\tau(t)) G_i^T G_i x(t-\tau(t)) + \omega^T(t) H_i^T H_i \omega(t), \end{aligned} \tag{3.2}$$

ở đó $L_i, G_i, H_i, i = 1, \ldots, N$, là các ma trận hằng số cho trước. Chú ý rằng giả thiết (3.2) đặt lên nhiễu phi tuyến $f_i(.), i = 1, \ldots, N$, được áp dụng rộng rãi trong thực tế và được nhiều nhà nghiên cứu xem xét (xem [7, 26, 39, 40, 41, 76]).

Độ trễ $\tau(t)$ là hàm liên tục thỏa mãn điều kiện dưới đây

$$0 \leq \tau_1 \leq \tau(t) \leq \tau_2, \tag{3.3}$$

ở đó τ_1, τ_2 là các hằng số không âm cho trước.

Tương ứng với tín hiệu chuyển mạch $\sigma(t)$, ta có trình tự chuyển mạch sau đây

$$\{x_{t_0}; (i_0, t_0), \ldots, (i_k, t_k) : \; i_k \in \mathcal{N}, k = 0, 1, \ldots\},$$

điều này có nghĩa rằng hệ con thứ i_k được kích hoạt khi $t \in [t_k, t_{k+1})$.

Định nghĩa 3.1. Cho bất kỳ hai số $T_2 > T_1 \geq 0$, ký hiệu $N_\sigma(T_1, T_2)$ là số lần chuyển đổi của luật chuyển mạch $\sigma(t)$ trên khoảng (T_1, T_2). Nếu $N_\sigma(T_1, T_2) \leq N_0 + \frac{T_2 - T_1}{T_a}$ đúng với $T_a > 0, N_0 \geq 0$, thì T_a được gọi là thời gian dừng trung bình (the average dwell time). Như thường lệ, ta chọn $N_0 = 0$.

Định nghĩa 3.2. Hệ (3.1), với $\omega(t) \equiv 0$, được gọi là ổn định mũ dưới luật chuyển mạch $\sigma(t)$ nếu nghiệm $x(t, \phi)$ của hệ (3.1) thỏa mãn

$$\|x(t, \phi)\| \leq \beta e^{-\alpha(t-t_0)} \|x_{t_0}\|, \quad \forall t \geq t_0$$

với hằng số $\beta \geq 1, \alpha > 0$.

Định nghĩa 3.3. Hệ phương trình vi phân phi tuyến chuyển mạch có trễ biến thiên (3.1) được gọi là thụ động nếu tồn tại một hằng số $\gamma \geq 0$ sao cho với điều kiện ban đầu bằng không, bất đẳng thức dưới đây đúng với mọi $t_f \geq t_0$

$$2 \int_{t_0}^{t_f} z^T(s) \omega(s) ds \geq -\gamma \int_{t_0}^{t_f} \omega^T(s) \omega(s) ds. \tag{3.4}$$

3.2. Tính ổn định mũ của lớp hệ phi tuyến chuyển mạch có trễ biến thiên

Xét hệ phi tuyến chuyển mạch có trễ biến thiên

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_{\sigma(t)} x(t) + D_{\sigma(t)} x(t - \tau(t)) + f_{\sigma(t)}(t, x(t), x(t - \tau(t))), \\ x_{t_0} = x(t_0 + s) = \phi(s), \quad s \in [-\tau_2, 0]. \end{cases} \tag{3.5}$$

Định lý dưới đây đưa ra một điều kiện đủ cho tính ổn định mũ của hệ trong trường hợp đạo hàm của độ trễ không biết hoặc độ trễ là hàm không khả vi.

Định lý 3.1. *Cho trước số $\alpha > 0$. Giả sử rằng tồn tại các ma trận $P_i = \begin{bmatrix} P_{11}^i & P_{12}^i & P_{13}^i & P_{14}^i \\ P_{21}^i & P_{22}^i & P_{23}^i & P_{24}^i \\ P_{31}^i & P_{32}^i & P_{33}^i & P_{34}^i \\ P_{41}^i & P_{42}^i & P_{43}^i & P_{44}^i \end{bmatrix} \in \mathbb{S}_{4n}^+$, $Q_i, R_i, S_i, Z_i \in \mathbb{S}_n^+$, $X_i \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}, (i = 1, \ldots, N)$, và các hằng số $\epsilon_i > 0, (i = 1, \ldots, N)$ sao cho bất đẳng thức ma trận tuyến tính sau đây đúng với $\tau \in \{\tau_1, \tau_2\}$*

$$\Phi^i = \begin{bmatrix} \overline{Z}_i & X_i \\ X_i^T & \overline{Z}_i \end{bmatrix} \geq 0, , \quad i = 1, \ldots, N, \tag{3.6a}$$

$$\Omega^i(\tau) = \Xi_1^i(\tau) - \Xi_2^i - \Gamma^T \Phi^i \Gamma < 0, \quad i = 1, \ldots, N. \tag{3.6b}$$

Khi đó hệ (3.5) ổn định mũ với bất kỳ luật chuyển mạch mà thời gian dừng trung bình (average dwell time) thỏa mãn

$$T_a > T_a^* = \frac{\ln \mu}{\alpha}. \tag{3.7}$$

Ngoài ra, nghiệm của hệ thỏa mãn đánh giá dưới đây

$$\|x(t,\phi)\| \le \sqrt{\frac{b}{a}} e^{-\lambda(t-t_0)} \|x_{t_0}\|, \tag{3.8}$$

ở đó $\mu \ge 1$ thỏa mãn

$$P_i \le \mu P_j,\ \ Q_i \le \mu Q_j,\ \ R_i \le \mu R_j,\ \ S_i \le \mu S_j,\ \ Z_i \le \mu Z_j, \quad \forall i,j \in \mathcal{N}, \tag{3.9}$$

$$\begin{aligned}
&\mathcal{A}_i = A_i e_1 + D_i e_3 + e_{11},\ \ \overline{S}_i = \mathrm{diag}\{e^{-\alpha\tau_1} S_i, 3e^{-\alpha\tau_1} S_i, 5e^{-\alpha\tau_1} S_i\}, \quad i = 1,\dots,N,\\
&\overline{Z}_i = \mathrm{diag}\{e^{-\alpha\tau_2} Z_i, 3e^{-\alpha\tau_2} Z_i, 5e^{-\alpha\tau_2} Z_i\}, \quad i = 1,\dots,N,\\
&\Xi_1^i(\tau) = \mathcal{G}_1^T(\tau) P_i \mathcal{G}_2 + \mathcal{G}_2^T P_i \mathcal{G}_1(\tau) + \alpha \mathcal{G}_1^T(\tau) P_i \mathcal{G}_1(\tau) + e_1^T (Q_i + \epsilon_i L_i^T L_i) e_1\\
&\qquad\quad + e_2^T \left(e^{-\alpha\tau_1} R_i - e^{-\alpha\tau_1} Q_i\right) e_2 - e^{-\alpha\tau_2} e_4^T R_i e_4 + \epsilon_i e_3^T G_i^T G_i e_3\\
&\qquad\quad - \epsilon_i e_{11}^T e_{11} + \mathcal{A}_i^T \left(\tau_1^2 S_i + \tau_{12}^2 Z_i\right) \mathcal{A}_i, \quad i = 1,\dots,N,\\
&\Xi_2^i = \mathcal{G}_3^T F^T \overline{S}_i F \mathcal{G}_3, \quad i = 1,\dots,N,\\
&\lambda = \frac{1}{2}\left(\alpha - \frac{\ln\mu}{T_a}\right),\ \ a = \min_{i\in\mathcal{N}} \lambda_{\min}(P_{11}^i),\\
&b = \max_{i\in\mathcal{N}} \lambda_{\max}(P_i) + \tau_1 \max_{i\in\mathcal{N}} \lambda_{\max}(Q_i) + \tau_{12} \max_{i\in\mathcal{N}} \lambda_{\max}(R_i) + \frac{1}{2} \max_{i\in\mathcal{N}} \tau_1^3 \lambda_{\max}(S_i)\\
&\qquad + \frac{1}{2}\tau_{12}^2(\tau_1+\tau_2) \max_{i\in\mathcal{N}} \lambda_{\max}(Z_i).
\end{aligned}$$

3.3. Tính thụ động của lớp hệ phi tuyến chuyển mạch có trễ biến thiên

Chương 4

Tính ổn định hóa của lớp hệ phương trình vi phân phân thứ Caputo có nhiễu phi tuyến

4.1. Một số kiến thức về giải tích phân thứ

4.2. Một số tiêu chuẩn ổn định hóa của lớp hệ phương trình vi phân phân thứ Caputo có nhiễu phi tuyến

Xét hệ điều khiển phân thứ Caputo có nhiễu phi tuyến

$$\begin{cases} {}_{t_0}^{C}D_t^{\alpha}x(t) = [A + \Delta A(t)]\, x(t) + f(x(t)) \\ \qquad\qquad + [B + \Delta B(t)]\, u(t), \quad t \geq t_0 \geq 0, \\ x(t_0) = x_0 \in \mathbb{R}^n, \end{cases} \tag{4.1}$$

ở đó $\alpha \in (0,1)$, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ là véc tơ trạng thái, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ là véc tơ điều khiển, $\Delta A(t) = G_a F_a(t) H_a, \Delta B(t) = G_b F_b(t) H_b$, trong đó A, B, G_a, G_b, H_a, H_b là các ma trận thực, hằng số cho trước có số chiều thích hợp; $F_a(t)$ và $F_b(t)$ là các ma trận không biết thỏa mãn điều kiện $F_a^T(t)F_a(t) \leq I,\ F_b^T(t)F_b(t) \leq I,\ \forall t \geq t_0 \geq 0$; nhiễu phi tuyến $f(x(t)) \in \mathbb{R}^n, f(0) = 0$, là hàm liên tục Lipschitz, tức là tồn tại một hằng số $\kappa > 0$ sao cho với bất kỳ $x(t), y(t) \in \mathbb{R}^n$, ta có

$$\|f(x(t)) - f(y(t))\| \leq \kappa \|x(t) - y(t)\|, \quad \forall t \geq t_0 \geq 0. \tag{4.2}$$

Đặc biệt, khi $y(t) = 0$, ta có

$$\|f(x(t))\| \leq \kappa \|x(t)\|, \quad \forall x(t) \in \mathbb{R}^n,\ \forall t \geq t_0 \geq 0. \tag{4.3}$$

Khi véc tơ điều khiển $u(t) \equiv 0$, hệ (4.1) trở thành

$$\begin{cases} {}_{t_0}^{C}D_t^{\alpha}x(t) = [A + \Delta A(t)]\, x(t) + f(x(t)), \\ \qquad\qquad t \geq t_0 \geq 0, \\ x(t_0) = x_0 \in \mathbb{R}^n. \end{cases} \tag{4.4}$$

Mục đích chính của ta trong mục này là ta thiết kế một điều khiển ngược $u(t) = Kx(t)$ sao cho hệ đóng sau đây

$$\begin{cases} {}_{t_0}^{C}D_t^{\alpha}x(t) = \Big[A + G_aF_a(t)H_a + BK + G_bF_b(t)H_bK\Big]x(t) \\ \qquad\qquad\qquad +f(x(t)), \forall t \geq t_0 \geq 0, \\ x(t_0) = x_0 \in \mathbb{R}^n, \end{cases} \tag{4.5}$$

$\forall\alpha \in (0, 1)$ ổn định Mittag-Leffler và do đó là ổn định tiệm cận theo như Nhận xét 4.3.

Định lý dưới đây cho ta một điều kiện đủ cho tính ổn định hóa được của hệ điều khiển phân thứ (4.1).

Định lý 4.1. *Hệ đóng (4.5) ổn định Mittag-Leffler toàn cục nếu tồn tại một ma trận đối xứng, xác định dương P, một ma trận Y có số chiều thích hợp sao cho các phép toán đại số về ma trận thực hiện được và ba số dương ϵ_1, ϵ_2, ϵ_3 sao cho bất đẳng thức ma trận tuyến tính sau đây được thỏa mãn:*

$$\begin{bmatrix} M_{11} & PH_a^T & Y^TH_b^T & \kappa P \\ * & -\epsilon_1 I & 0 & 0 \\ * & * & -\epsilon_2 I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon_3 I \end{bmatrix} < 0, \tag{4.6}$$

ở đó

$$\begin{aligned} M_{11} = {} & AP + PA^T + BY + Y^TB^T + \epsilon_1 G_aG_a^T \\ & + \epsilon_2 G_bG_b^T + \epsilon_3 I. \end{aligned}$$

Ngoài ra, điều khiển ngược ổn định hóa hệ (4.1) xác định bởi:

$$u(t) = YP^{-1}x(t), \quad t \geq t_0 \geq 0.$$

Kết luận

Trong đề tài, chúng tôi đã đạt được một số kết quả cơ bản sau:

- Trình bày bài toán nghiên cứu bao của tập đạt được cho một số lớp hệ phương trình vi phân có trễ như lớp hệ tuyến tính chuyển mạch có trễ biến thiên, mạng nơ ron tổng quát có trễ biến thiên, mạng nơ ron chuyển mạch có trễ hỗn hợp biến thiên;
- Trình bày bài toán đảm bảo chi phí điều khiển trong thời gian hữu hạn cho lớp hệ phương trình vi phân tuyến tính dương đa trễ;
- Trình bày tính ổn định mũ và tính thụ động cho lớp hệ phương trình vi phân phi tuyến chuyển mạch có trễ biến thiên;
- Giới thiệu về giải tích phân thứ và đưa ra một số tiêu chuẩn cho bài toán ổn định hóa lớp hệ phương trình vi phân phân thứ Caputo.