

## TRANG THÔNG TIN VỀ LUẬN ÁN

**Tên đề tài luận án:** Chặn đều cho số mũ kiểm tra Frobenius trong vành địa phương đặc số dương và ứng dụng.

**Chuyên ngành:** Đại số và Lý thuyết số. **Khóa:** 2018 – 2022.

**Mã số:** 9 46 01 04

**Họ tên nghiên cứu sinh:** Dương Thị Hương

**Tập thể hướng dẫn:** 1. PGS. TS. Phạm Hùng Quý  
2. PGS. TS. Nguyễn Văn Hoàng

**Đơn vị đào tạo:** Trường Đại học Khoa học Thái Nguyên.

**Cơ sở đào tạo:** Đại học Thái Nguyên.

### NHỮNG KẾT QUẢ MỚI CỦA LUẬN ÁN:

+ Chứng minh trong vành địa phương đặc số dương ta luôn có số mũ kiểm tra Frobenius cho các ideal tham số của vành luôn lớn hơn hoặc bằng số Hartshorne-Speiser-Lyubeznik của vành.

+ Chứng minh được sự tồn tại chặn đều cho số mũ kiểm tra Frobenius cho các ideal sinh bởi dãy lọc chính quy có độ dài không quá  $t \leq \dim(R)$  trong vành Noether địa phương  $(R, \mathfrak{m})$  có đặc số dương thỏa mãn điều kiện các môđun  $H_{\mathfrak{m}}^j(R)/O_{H_{\mathfrak{m}}^j(R)}^F$  có độ dài hữu hạn với mọi  $j < t$ .

+ Đưa ra một ứng dụng cho tính hữu hạn của số mũ kiểm tra Frobenius cho các ideal tham số. Cụ thể đưa ra một chặn trên cho số bội Hilbert-Samuel của vành theo chiều  $d$  của vành, chiều nhúng  $v$  của vành và số mũ kiểm tra Frobenius  $Fte(R)$  cho các tham số.

### CÁC ỨNG DỤNG/ KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG TRONG THỰC TIỄN HAY NHỮNG VẤN ĐỀ CÒN BỎ NGỎ CẦN TIẾP TỤC NGHIÊN CỨU

Luận án nghiên cứu về chặn đều của số mũ kiểm tra Frobenius của một số lớp ideal (lớp các ideal tham số và các ideal sinh bởi dãy lọc chính quy) và ứng dụng. Đây là một hướng nghiên cứu mới, có tính thời sự cao và vẫn còn nhiều vấn đề còn bỏ ngỏ cần được tiếp tục nghiên cứu, ví dụ như một số câu hỏi mở như sau.

+ Câu hỏi mở thứ nhất của luận án đó là có phải trong một vành địa phương (đẳng chiều)  $(R, \mathfrak{m})$  với đặc số dương, ta luôn có chặn đều cho số mũ kiểm tra Frobenius của các ideal tham số (nghĩa là  $Fte(R) < \infty$ ) không?

+ Câu hỏi mở thứ hai đó là cho  $(R, \mathfrak{m})$  là vành địa phương đặc số dương với quỹ tích không Cohen-Macaulay có chiều bằng 1. Khi đó có phải  $\text{Fte}(R) < \infty$  không?

+ Câu hỏi mở thứ ba đó là hàm  $\text{Fte} : \text{Spec}(R) \rightarrow R \cup \{\infty\}$ ,  $\mathfrak{p} \mapsto \text{Fte}(R_{\mathfrak{p}})$  có phải là hàm nửa liên tục trên không?

## INFORMATION OF DOCTORAL DISSERTATION

**Research title:** “THE UNIFORM BOUND OF FROBENIUS TEST EXPONENTS IN LOCAL RING OF POSITIVE CHARACTERISTIC AND ITS APPLICATION”

**Major:** Algebra and Number Theory    **Academic year:** 2018 - 2022

**Code:** 9.46.01.04

**PhD candidate:** Duong Thi Huong

**Research supervisors:**

1. Assoc. Prof. Dr. Pham Hung Quy
2. Assoc. Prof. Dr. Nguyen Van Hoang

**Training institution:** University of Science - Thai Nguyen University.

## THE NEW SCIENTIFIC FINDINGS

+ Prove that in any Noetherian local ring  $(R, \mathfrak{m})$  of positive characteristic we have  $\text{Fte}(R) \geq \text{HSL}(R)$

+ Show that in a Noetherian local ring  $(R, \mathfrak{m})$  of positive characteristic with  $t \leq \dim(R)$  such that  $H_{\mathfrak{m}}^j(R)/O_{H_{\mathfrak{m}}^j(R)}^F$  has finite length for all  $j < t$ . Then there exists an uniform bound for the Frobenius test exponents of ideals generated by filter regular sequences of length at most  $t$ .

+ Give an application for the finiteness of the Frobenius test exponent for parameter ideals. For more details, we show that in the local ring  $(R, \mathfrak{m})$  of the positive characteristic  $p$  and of finite Frobenius test exponent for parameter ideals which has an upper bound for the Hilbert-Samuel multiplicity  $e(R)$  of the ring in terms of dimension  $d$ , the embedding dimension  $v$  and  $\text{Fte}(R)$ .

## APPLICATIONS, PRACTICAL APPLICABILITY AND OPEN SCIENTIFIC PROBLEMS

The thesis studies about the uniform bound of the Frobenius test exponents of some classes of ideals (parameter ideals, ideals generated by filter regular sequences) and its application. This is a new and attractive topic that includes many open questions. Some of them are following questions.

+ The first open question is that does there exist an uniform bound for the Frobenius test exponents of parameter ideals (i.e.,  $Fte(R) < \infty$ ) in a (equidimensional) local ring of positive characteristic?

+ The second open question is that let  $(R, \mathfrak{m})$  be a Noetherian local ring of positive characteristic such that non-Cohen-Macaulay locus of  $R$  is of dimension 1. Is it true that  $Fte(R) < \infty$ ?

+ The third open question is that is a function  $Fte : \text{Spec}(R) \rightarrow R \cup \{\infty\}$ ,  $\mathfrak{p} \mapsto Fte(R_{\mathfrak{p}})$  upper semicontinuous?