

TRANG THÔNG TIN LUẬN ÁN TIẾN SĨ

Tên đề tài luận án tiến sĩ: Sự tồn tại và một số tính chất của nghiệm đối với bài toán Elliptic suy biến

Ngành: Toán Giải tích

Mã số: 9.46.01.02

Họ và tên NCS: Lê Thị Hồng Hạnh

Người hướng dẫn khoa học:

1. TS. Dương Trọng Luyện, Trường Đại Học Hoa Lư, Ninh Bình

2. TS. Phạm Thị Thủy, Trường Đại Học Sư Phạm, ĐHTN

Cơ sở đào tạo: Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên

NHỮNG KẾT QUẢ MỚI CỦA LUẬN ÁN

Đối với phương trình elliptic suy biến nửa tuyến tính chứa toán tử Δ_γ : Chứng minh được tính đa nghiệm của bài toán, hơn nữa phiếm hàm của bài toán tại các nghiệm là âm và nghiệm dần hội tụ về 0.

Đối với phương trình elliptic suy biến nửa tuyến tính chứa toán tử $\Delta_{k_1, k_2, k_3, k_4}^{k_1, k_2}$. Thứ nhất, xây dựng được đồng nhất thức kiểu Pohozeav cho phương trình trên, từ đó chỉ ra trường hợp hàm phi tuyến để phương trình không có nghiệm không tầm thường. Thứ hai, chứng minh được sự tồn tại nghiệm không tầm thường với một lớp hàm phi tuyến tổng quát.

Đối với hệ phương trình elliptic suy biến chứa toán tử $\Delta_{k_3, k_4}^{k_1, k_2}$, chứng minh được sự tồn tại nghiệm yếu và tính đa nghiệm của hệ tương ứng với các lớp hàm phi tuyến $H(., ., .), K(., ., .)$, hơn nữa còn đánh giá nghiệm trong không gian có trọng tương ứng.

CÁC ỨNG DỤNG/ KHẢ NĂNG ỨNG DỤNG TRONG THỰC TIỄN HAY NHỮNG VẤN ĐỀ CÒN BỎ NGỎ CẦN TIẾP TỤC NGHIÊN CỨU

Các ứng dụng, khả năng ứng dụng trong thực tiễn

Kết quả nghiên cứu đã và đang được ứng dụng trực tiếp trong đào tạo sau đại học và hướng dẫn nghiên cứu sinh của các trường đại học.

Phương trình chứa toán tử elliptic suy biến có nhiều ứng dụng trong thực tế như môi trường có cơ hai cơ chế lan truyền, chuyển động của hạt lượng tử trong các đa tạp Riemannian suy biến, mô tả phân tán của sóng trong môi trường suy biến, nhưng vật chất có mật độ không đều, có chỗ dày chỗ mỏng.

Những vấn đề còn bỏ ngỏ cần tiếp tục nghiên cứu

- Xây dựng đồng nhất thức kiểu Pohozeav cho các miền như miền nón, miền trụ.

- Nghiên cứu tính trơn của các nghiệm yếu đối với phương trình, hệ phương trình elliptic suy biến.
- Nghiên cứu sự tồn tại nghiệm và tính đa nghiệm của các phương trình elliptic suy biến với các điều kiện biên hỗn hợp.
- Các mô hình ứng dụng thực tế.

INFORMATION OF DOCTORAL DISSERTATION

Dissertation title: Existence and Some Qualitative Properties of Solutions to Degenerate Elliptic Problems

Speciality: Mathematical Analysis

Code: 9.46.01.02

PhD. Candidate: Lê Thị Hồng Hạnh

Supervisors:

1. Dr. Dương Trọng Luyện, Hoa Lư University, Ninh Bình

2. Dr. Phạm Thị Thủy, University of Education, Thai Nguyen University

Training Institute: University of Education - Thai Nguyen University

NEW SCIENTIFIC FINDINGS OF THE DISSERTATION

For semilinear degenerate elliptic equations involving the operator Δ_γ : we prove the existence of multiple solutions. Furthermore, the associated energy functional attains negative values at these solutions, and the solutions converge to zero in an appropriate functional setting.

For semilinear degenerate elliptic equations involving the $\Delta_{k_3, k_4}^{k_1, k_2}$ operator. First, constructing a Pohozaev-type identity for the above equation, thereby pointing out the case of nonlinear functions for which the equation has no nontrivial solution. Second, proving the existence of nontrivial solutions with a general class of nonlinear functions.

For systems of degenerate elliptic equations involving the $\Delta_{k_3, k_4}^{k_1, k_2}$ operator: Proving the existence of weak solutions and the multiplicity of solutions of the system corresponding to classes of nonlinear functions $H(., ., ., .), K(., ., ., .)$, and further estimating the solutions in the corresponding weighted space.

APPLICATIONS IN PRACTICE AND THE NEEDS FOR FURTHER STUDIES

The practical applications

The research results have been directly applied to postgraduate education and PhD supervision, contributing to the enhancement of research capacity.

Equations involving degenerate elliptic operators arise naturally in a variety of physical and mathematical models, including media characterized by multiple diffusion mechanisms, the motion of quantum particles on degenerate Riemannian manifolds, the modeling of wave dispersion in degenerate media, and heterogeneous materials with spatially varying density. *Further studies needed*

- Derivation of Pohozaev-type identities for conical and cylindrical domains.
- Regularity analysis of weak solutions to degenerate elliptic equations and systems.
- Existence and multiplicity results under mixed boundary conditions.
- Development of realistic applied mathematical models.